PHYSIQUE. — *Recherches expérimentales sur le mouvement des liquides dans les tubes de très petits diamètres; par* M. le docteur **Poiseuille** (Suite.)

(Extrait par l'auteur.)

(Commissaires, MM. Arago, Savart, Savary, Piobert.)

II. *Influence de la longueur sur la quantité de liquide qui traverse les tubes de très petits diamètres.*

« Pour déterminer l'influence que peut avoir la longueur du tube, nous avons cherché les temps que met à s'écouler une même quantité de liquide, sous la même pression, et à la même température, en donnant au tube différentes longueurs.

» Mais cette marche exige que les tubes de verre soient parfaitement cylindriques; il n'en est point ainsi, tous sont coniques : cependant en faisant un choix sur plusieurs centaines de tubes, nous en avons trouvé un certain nombre qui, s'ils ne sont pas rigoureusement cylindriques, peuvent être considérés comme tels, par suite des petites différences de $0^{mm},001$ à $0^{mm},002$ qu'offrent leurs diamètres aux deux extrémités, pour une étendue de 100^{mm} à 150^{mm}. On a eu le soin de noter ces petites différences dans les diamètres des extrémités de chaque tube, et d'en tenir compte dans les résultats qu'on a obtenus.

» Les diamètres ont été mesurés par deux moyens: dans l'un, on s'est servi de la *camera lucida* adaptée au microscope horizontal d'Amici, après avoir toutefois déterminé le pouvoir amplifiant des lentilles, à l'aide d'un micromètre ; dans l'autre moyen on a fait passer un grand nombre de fois une certaine quantité de mercure à travers le tube dont on voulait avoir le diamètre, on a mesuré chaque fois la longueur de la colonne de mercure correspondante, on a recueilli toutes ces petites quantités de mercure, on en a déterminé le poids à l'aide d'une balance de Fortin, et par suite le volume; en divisant ce volume par la somme de toutes les colonnes de mercure, on a obtenu, pour la température à laquelle on a opéré, la surface d'une coupe du tube perpendiculaire à son axe, et conséquemment le diamètre du tube, ou son diamètre moyen s'il est ovalaire. L'un et l'autre mode ont conduit aux mêmes résultats; mais le second exigeant un temps très considérable: nous avons préféré le premier, qui a d'ailleurs l'avantage de donner les petites différences qui peuvent exister entre les diamètres du tube, lorsqu'il est ovalaire, comme il arrive le plus souvent.

» Les longueurs des tubes ont été déterminées à l'aide d'un compas à verges de M. Gambey; à ce compas est adapté un vernier qui donne des vingtièmes, et, au besoin, des quarantièmes de millimètre.

» D'après ce que nous savons de la loi des pressions, il était indifférent de prendre telle ou telle charge dans l'écoulement; nous avons adopté la pression de 775^{mm} de mercure; quant à la température, nous avons agi à $10°$ cent.

» Rapportons maintenant les résultats que nous avons obtenus.

» La longueur du tube est de $100^{mm},325$, ses diamètres sont :

Extrémité libre circulaire.. $D = \overset{mm}{0,0845}$. Extrémité opposée.. $\begin{cases} d = \overset{mm}{0,085}; \\ D = 0,086. \end{cases}$

On sépare successivement de ce tube diverses portions, on a les longueurs $100^{mm},325$; $74^{mm},95$; $49^{mm},7$; $24^{mm},4$; $10^{mm},15$; $6^{mm},025$.

» Remarquons que le tube primitif étant, à son extrémité libre, d'un calibre sensiblement plus petit qu'à l'extrémité opposée, tout tube de moindre longueur est alors d'un diamètre sensiblement plus grand que celui qui le précède.

» Les temps que met à s'écouler le liquide de l'ampoule, pour les longueurs précédentes, sont respectivement, $2090'',8$; $1560''$; $1028'',4$; $497''$; $203'',14$; $131'',2$.

» Supposons pour un instant que les temps soient en raison directe des longueurs des tubes, et cherchons, d'après cette hypothèse, le temps d'une expérience, en la comparant à celle qui la précède immédiatement, on aura pour le temps de la 2e expérience, $1562''$ au lieu de $1560''$;

Pour celui de la 3e, $1034''$ au lieu de $1028'',4$;
Pour celui de la 4e, $504''$ au lieu de $497''$;
Pour celui de la 5e, $206''$ au lieu de $203'',14$.

Les temps obtenus expérimentalement sont, comme on le voit, tous plus petits que les temps calculés, mais de *quelques secondes seulement;* aussi sommes-nous déjà conduit à penser que l'hypothèse des temps en raison directe des longueurs, est tout-à-fait fondée; car s'il en est ainsi, les temps obtenus par l'expérience doivent être tous sensiblement moindres que ceux qui résultent de notre hypothèse, puisque tout tube de moindre longueur étant d'un calibre sensiblement plus grand que celui du tube qui le précède, et auquel on le compare, le temps correspondant à l'é-

coulement d'une même quantité de liquide doit être nécessairement sensiblement plus petit.

» Mais si le tube, au lieu d'avoir, comme le précédent, son extrémité libre d'un plus petit diamètre que celui de l'extrémité voisine de l'ampoule, offre une disposition contraire; si l'on a

Extrémité libre... $\begin{cases} d = 0^{mm},0460, \\ D = 0,0470, \end{cases}$ Extrémité voisine de l'ampoule. $\begin{cases} d = 0^{mm},0425, \\ D = 0,0445, \end{cases}$

et qu'on procède à l'égard de ce tube, comme nous venons de le faire précédemment; alors les temps obtenus expérimentalement sont, au contraire, tous plus grands de *quelques secondes* que ceux donnés par le calcul en vertu de notre hypothèse; c'est ce qui devait nécessairement arriver, puisque tout tube de moindre longueur est ici d'un calibre sensiblement plus petit que celui qui le précède.

» De là nous croyons pouvoir conclure qu'effectivement, les temps sont en raison directe des longueurs.

» Le premier tube réduit à $6^{mm},025$, et qui pour cette longueur ne présente plus la loi des pressions, n'offre plus la relation que nous venons de constater pour $100^{mm},325$; $74^{mm},95$; $49^{mm},7$; $24^{mm},4$ et $10^{mm},15$; mais de même que nous l'avons vu relativement à la loi des pressions, le temps, lorsque le tube a $6^{mm},025$, est proportionnellement plus grand que celui que donnerait la relation des temps en raison directe des longueurs; ainsi la sixième expérience comparée à la cinquième, donnerait, d'après cette relation, $120'',5$, lorsqu'on obtient par l'expérience $131'',2$.

» Des résultats tout-à-fait analogues sont fournis par des tubes dont les diamètres sont $0^{mm},1416$; $0^{mm},1134$.

» Un tube de diamètres plus petits,

Extrémité libre... $\begin{cases} d = 0^{mm},0286, \\ D = 0,0296, \end{cases}$ Extrémité opposée.. $\begin{cases} d = 0^{mm},02933, \\ D = 0,03000, \end{cases}$

donne pour les longueurs $23^{mm},1$; $8^{mm},5$; $2^{mm},1$, les temps respectivement égaux à $2003'',4$; $734'',9$; $178'',1$; en cherchant, comme précédemment, le temps d'une expérience comparée à la précédente, on trouve, $737'',18$ au lieu de $734'',9$; et $181'',3$ au lieu de $178'',1$.

» Enfin, un tube dont le diamètre est $0^{mm},01394$, et par conséquent peu différent de celui des vaisseaux capillaires des mammifères, donne pour

les longueurs $18^{mm},50$ et $1^{mm},25$ les temps respectivement égaux à $1240''$ et $84'',5$; le temps de la seconde expérience comparée à la première serait, d'après la loi des longueurs, $83'',5$ au lieu de $84'',5$.

» De ce qui précède, nous concluons que les temps de l'écoulement d'une même quantité de liquide, à la même pression et à la même température, pour les tubes de très petits diamètres que nous considérons, sont en raison directe des longueurs qu'ils présentent.

» Le tube de $0^{mm},65$ de diamètre, que nous avons cité dans le paragraphe précédent, vient aussi confirmer cette loi, pour les longueurs de 800 millimètres et 400 millimètres.

» Soit a la quantité de liquide écoulé par un tube dont la longueur est L, et pendant le temps t, si la longueur du tube devient $\frac{L}{m}$, le temps qu'exigera la même quantité de liquide a pour s'écouler sera, d'après la loi précédente, $\frac{t}{m}$; alors la quantité de liquide écoulé avec le tube $\frac{L}{m}$ pendant le temps t, sera ma : les produits sont donc en raison inverse des longueurs des tubes.

» Nous pouvons maintenant faire entrer la longueur L du tube dans la formule précédente $Q = kP$, nous poserons $k = \frac{k'}{L}$, et il viendra $Q = k'\frac{P}{L}$, le coefficient k' n'étant plus qu'une certaine fonction du diamètre du tube et de la température, comme nous le verrons bientôt.

» La loi des longueurs existant en même temps que celle des pressions, nous pouvons dire que la relation qui vient d'être établie a lieu aussi pour des tubes de $0^{mm},01$ de diamètre, et dont les longueurs seraient de $0^{mm},3$ à $0^{mm},5$. De là nous pouvons conclure, toutes choses égales d'ailleurs, que tel système capillaire de l'économie, dont les vaisseaux offriraient une étendue en longueur 2, 3, 4 fois moindre que celle des vaisseaux capillaires de tel autre système, donnerait passage à une quantité de liquide 2, 3, 4 fois plus grande que celle qui traverserait ce dernier système.

III. *Influence du diamètre sur la quantité de liquide qui traverse les tubes de très petits diamètres.*

» Dans le but de satisfaire à cette question, nous avons déterminé les quantités de liquide écoulé dans des tubes de diamètres différents, sous la même pression, à la même température, et dans le même temps, les tubes ayant même longueur.

» S'il est rare de trouver des tubes cylindriques, il ne l'est pas moins d'en rencontrer de circulaires; aussi, dans le choix que nous avons fait parmi un très grand nombre de tubes, nous nous sommes arrêté à ceux qui pouvant être considérés comme cylindriques, approchaient le plus d'être circulaires; on a donc trouvé leur ouverture légèrement ovalaire; mais, en la considérant comme *elliptique*, et cela sans erreur sensible, on a pu obtenir le diamètre moyen des tubes.

» Sans entrer ici dans le détail des calculs qu'on a dû faire, et qu'il est facile de concevoir d'après ce qu'il vient d'être dit; nous allons rapporter les résultats que nous ont donnés les expériences faites sur sept tubes de même longueur et dont les diamètres varient de $0^{mm},013$ à $0^{mm},652$.

» La pression est 775^{mm} de mercure; la température 10° centigrades et le temps $500''$: on a le tableau suivant:

TUBES.	DIAMÈTRES EN FRACTIONS DE MILLIMÈTRE.	PRODUITS EXPRIMÉS EN MILLIMÈTRES CUBES.
	mm.	mm. c.
M	0,01394	1,4648
E	0,02938	28,8260
D	0,04373	141,5002
C	0,08549	2067,3912
B	0,11340	6398,2933
A	0,14160	15532,8451
F	0,65217	6995870,2463

» Les diamètres des tubes étant entre eux, en nombres ronds, comme 1, 2, 3, 6, 8, 10 et 50, il a été facile de voir que les produits étaient en raison directe des quatrièmes puissances des diamètres.

» En effet, en cherchant, d'après cette relation, le produit du tube M, comparé au tube E, il vient $1^{mm.c.},4650$ au lieu de $1^{mm.c.},4648$ que donne l'expérience.

» En procédant de la même manière sur les tubes E, D, le produit de E est $28^{mm.c.},808$ au lieu de $28^{mm.c.},826$ obtenus par l'expérience.

	mm.c.		mm.c.
» Le produit du tube D comparé à C est	141,63	au lieu de	141,500,
» Le produit de C comparé à B est	2066,93	au lieu de	2067,39,
» Le produit de B comparé à A est	6389,24	au lieu de	6398,29,
» Le produit de A comparé à F est	15547,10	au lieu de	15532,84.

» Si nous cherchons le produit d'un tube en le comparant à un autre dont le calibre soit beaucoup plus grand, par exemple, M à D, on a pour le produit de M; $1^{\text{mm.c.}},46415$ au lieu de $1^{\text{mm.c.}},4648$.

» Le diamètre du tube F est environ 50 fois plus grand que celui de M, et par conséquent offre un calibre 2500 fois plus considérable; le produit du tube M comparé à F, est $1^{\text{mm.c.}},46448$ au lieu de $1^{\text{mm.c.}}4648$.

» Le produit de C comparé à F, est $2065^{\text{mm.c.}},92$ au lieu de $2067^{\text{mm.c.}},39$.

» Toute autre combinaison de deux tubes donnant des résultats aussi satisfaisants, nous sommes en droit de conclure que les produits, toutes choses égales d'ailleurs, sont entre eux comme les quatrièmes puissances des diamètres.

» En joignant ce résultat à ceux obtenus précédemment, il viendra pour l'équation du mouvement des liquides dans nos petits tubes, D représentant le diamètre, $Q = k'' \frac{PD^4}{L}$, k'' étant un coefficient constant pour la même température et la même intensité de la pesanteur.

» Nous avons déterminé la valeur de k'' pour chacun de ces tubes, en mettant à la place de Q, P, D, L les nombres qui leur correspondent, et en supposant le temps de l'écoulement égal à $1''$; on a obtenu :

Pour le tube M....... $k'' = 2495,50$,
Pour le tube E....... $k'' = 2496,00$,
Pour le tube D....... $k'' = 2494,42$,
Pour le tube C....... $k'' = 2497,77$,
Pour le tube B....... $k'' = 2496,20$,
Pour le tube A....... $k'' = 2492,67$,
Pour le tube F....... $k'' = 2495,00$.

Ces valeurs de k'', comme on le voit, diffèrent très peu les unes des autres, la moyenne étant 2495,224; l'équation ci-dessus devient $Q = 2495,224 \frac{PD^4}{L}$ à la température de 10° c. Si la pression, au lieu d'être déterminée, comme nous venons de le faire, par une charge de mercure, l'était par une charge d'eau distillée, la formule deviendrait, toujours à 10° c., $Q = 183,783 \frac{PD^4}{L}$.

» L'expression de la vitesse, tirée de l'équation $Q = k'' \frac{P.D^4}{L}$, est $V = \frac{4k''}{\pi} \cdot \frac{P.D^2}{L}$ (π représentant le rapport de la circonférence au diamètre). Ainsi la vitesse, dans les tubes de très petits diamètres, est proportionnelle à la pression, en raison inverse de leurs longueurs, et proportionnelle au carré de leurs diamètres.

» La formule de M. Navier, déduite par l'analyse, d'hypothèses faites *à priori* sur l'état des molécules fluides en mouvement, est $V = H.\frac{P.D}{L}$ (H étant un coefficient constant); elle diffère de la précédente en ce qu'elle contient la première puissance du diamètre du tube, au lieu de la seconde.

» Les dimensions des tubes capillaires de l'économie animale, étant telles que les lois du mouvement des liquides que nous venons d'établir, s'y appliquent parfaitement; il résulte qu'en considérant les systèmes capillaires de deux organes, si les vaisseaux capillaires de l'un sont, par exemple, d'un diamètre 2 fois plus grand que celui des capillaires de l'autre, il passera dans le premier, toutes choses égales d'ailleurs, 16 fois plus de liquide que dans le second.

» Il serait important d'examiner si l'équation $Q = k'' \frac{P.D^4}{L}$ existerait encore pour des tubes de diamètres plus grands que ceux que nous avons considérés. Les expériences de Dubuat, de Gerstner et de M. Girard, faites sur des tubes de diamètres compris entre 1 et 4 millimètres, ne s'appliquent point à notre formule; mais les résultats que nous a offerts le tube de $0^{mm},65$ de diamètre, d'un calibre beaucoup plus considérable que celui de nos autres tubes, coïncidant avec ceux de ces derniers, lorsque toutefois sa longueur est suffisamment grande, nous font présumer que les tubes employés par ces auteurs ne présentaient pas une longueur assez étendue, eu égard à leurs diamètres, pour que les phénomènes de mouvement qui s'y rapportent pussent s'accorder avec la formule $Q = k'' \frac{P.D^4}{L}$. Nous nous sommes alors proposé d'agir sur des tubes de plus grand calibre, en leur donnant une étendue de plus en plus considérable; mais notre appareil qui, pour le tube de $0^{mm},65$ de diamètre, présente déjà quelque difficulté, ne peut se prêter à ces sortes de tubes; il nous aurait fallu en construire un autre tout-à-fait différent de celui que nous avons employé, et qui aurait exigé des dispositions qu'il était impossible de rencontrer dans

notre laboratoire; mais, avec l'aide de M. Savart, qui a bien voulu mettre à notre disposition une partie de son observatoire hydraulique du Collége de France, nous espérons pouvoir étendre ces recherches à des tubes de dimensions beaucoup plus considérables, et déterminer quelles sont les limites de grandeur pour lesquelles les lois du mouvement des liquides que donnent les tubes de très petits diamètres cessent d'exister.

» Il nous resterait maintenant à exprimer la valeur de k'' qui, pour 10° c., est égale à 183,78, en fonction de la température nous avons agi depuis 0° jusqu'à 45° c. et de 5 en 5 degrés ; nous avons vu pour nos tubes de petits diamètres, que la quantité de liquide écoulé à 45° était environ trois fois plus grande qu'à 0°. Mais, dans la crainte d'abuser plus long-temps des moments de l'Académie, nous remettrons cette valeur de k'' à une prochaine lecture. »

MICROGRAPHIE. — *Études des masses spongillaires ; par* M. LAURENT. (Extrait par l'auteur.)

(Commission précédemment nommée, à laquelle sont adjoints MM. de Mirbel et Dutrochet.)

« A l'aide des observations faites sur les corps reproducteurs, sur les embryons et sur les individus à l'état parfait de Spongilles, jointes aux observations de soudure entre des fragments de ce corps organisé, on peut soupçonner le caractère zoologique des masses spongillaires.

» Pour arriver à la démonstration du caractère de ces masses, il faut mettre à profit ces notions préliminaires et procéder à deux ordres d'observations comparatives.

» Le premier ordre de ces observations comprend l'expérimentation de la soudure qu'on peut obtenir dans des vases à eau stagnante en opérant sur les diverses sortes d'embryons, sur des fragments et sur des individus spongillaires à l'état parfait.

» Les résultats de ces premières observations comparatives ne doivent être considérés que comme des données préparatoires, nécessaires pour procéder au deuxième ordre d'observations comparatives. Celles-ci doivent être faites en même temps, 1° dans les vases à eau stagnante; 2° dans un bassin à eau courante, et 3° dans les divers habitats naturels des Spongilles.

» Il résulte de toutes ces observations, répétées un grand nombre de fois :